

## К ВОПРОСУ О ПОСТРОЕНИИ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛИТЕЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ СЛОЖНЫХ ЭЛАСТОМЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Каспаров А.А., директор НИИКГШ, г. Днепропетровск

**Введение.** К сложным эластомерным конструкциям (СЭК) обычно относят: пневматические шины различного типа и назначения, большой мощности муфты с тороидальными резинокордными оболочками, некоторые системы виброизоляции тяжелых машин и т.д. Все эти конструкции, как правило, работают в экстремальных условиях, т.е. при больших статических и динамических нагрузках, резком перепаде внешних температур, высоких температурах от диссипативного разогрева, агрессивном влиянии внешней среды и т.д. Процесс разрушения таких конструкций представляется весьма сложным, так как он связан не только со сложной структурой материала, например, в шинах это многослойная резинокордная система, но и сложным напряженно-деформированным состоянием, сложностью многообразных физико-химических процессов, протекающих во времени и т.д.

Такая эволюционная система на сегодняшний день не может быть однозначно описана с единых позиций механики и с учетом всего многообразия влияющих факторов. Поэтому целесообразно выделять основные из них и с учетом этих факторов строить феноменологические модели, на базе которых создавать обобщенные расчетные методы.

Общим и, пожалуй, наиболее важным для всех рассматриваемых конструкций является накопление повреждений в эластомерном материале. Эти повреждения существенно изменяют структуру эластомера, изменяют его физико-

механические характеристики, в конечном итоге, определяет его локальную долговечность.

**Феноменологическая модель разрушения СЭК.** При построении такой модели следует учитывать некоторые особенности механического поведения наполненных резин, а именно: способность к большим обратимым деформациям; практически постоянный объем; значительную диссипацию энергии при циклических нагрузках и вызванный ею большой диссипативный внутренний нагрев, определяющий в ряде случаев ресурс эластомерной конструкции; изменения во времени и от действия внешней агрессивной среды механических характеристик эластомеров (эффекты старения); относительно небольшие значения модулей при деформации сжатия и сдвига; наличие комплекса релаксационных свойств, т.е. явления ползучести, релаксации, зависимость механических свойств эластомера от частоты, амплитуды, статических нагрузок и т.д.

Поэтому в дальнейшем будем рассматривать эластомер как матрицу с включениями различного характера: наполнением, зонами поврежденности (с измененной структурой материала), включениями типа микротрещин, каверн, пузырьков воздуха и т.д. Однако при расчетах многими этими особенностями приходится пренебрегать; в противном случае применение известных методов теории вязкоупругости и механики разрушения будет весьма затруднительно. Вот почему в предлагаемой модели примем следующие допущения.

1. Резину будем считать однородной, что вполне справедливо, если исследуемый объем значительно больше размеров включений, например, наполнителей.

2. Резину будем считать изотропной, т.е. свойства ее во всех направлениях одинаковы; при этом влиянием технологических особенностей будем пренебрегать.

3. Резину будем считать несжимаемой и коэффициент Пуассона равным примерно 0,5. В этом случае между моду-

лем упругости  $E$ , модулем сдвига  $G$  и коэффициентом Пуассона существует известное соотношение

$$E = 2(1+\nu)G,$$

справедливое для малых и средних деформаций. При этом упругие свойства резины можно характеризовать одной постоянной - модулем сдвига  $G$ , а для описания линейной зависимости сила - деформация использовать закон Гука.

Аналогичный прием используем также и при описании механики разрушения сложной эластомерной конструкции при циклических нагрузках. Для этого используем экспериментальную информацию [1,2], относящуюся к исследованиям массивных резиновых деталей. Некоторые положения этих исследований пригодны и для рассматриваемого случая.

1. Будем считать, что в некотором характерном объеме материала изначально существует определенный уровень микрповреждений [3], концентрация которых со временем эксплуатации возрастает вплоть до перехода этого объема в некоторое лабильное состояние, весьма близкое к разрушению. При этом рост концентрации продуктов разрушения  $C(t)$  подчиняется реакции первого порядка типа

$$C(t) = C_{\infty} [1 - \exp(-kt)],$$

где  $t$  - время;  $k$  - постоянная скорости;  $C_{\infty}$  - концентрация связей, способных вступить в реакцию.

2. Процесс разрушения отличается локальностью. Это свойство, по-видимому, характерно для всех твердых тел, в которых всегда существует неоднородность структуры, а следовательно, и неоднородность полей напряжений и полей температур. В связи с этим зарождение микрповреждений, их развитие, их концентрация в определенном объеме, наконец, их слияние и образование микродефектов носит, как правило, вероятностный характер. При этом локальность в механизме разрушения наблюдается уже на самых ранних стадиях микроразрушения [4]; характерна она также и для процессов макроразрушения. Например, при длительной эксплуатации

шин на их поверхности наблюдаются макродефекты типа порезов, усталостных трещин, вырывов и т.д. И если отказ шины происходит не вследствие абразивно-усталостного износа, а вследствие развития усталостной трещины, то к ее разрушению приводит одна (редко две) такие трещины. Наблюдаемая локальность весьма важна при расчетах долговечности СЭК, особенно крупногабаритных шин, так как позволяет на первом этапе отказаться от весьма сложной вероятностной модели и определять локальную долговечность в наиболее опасных местах - очагах вероятностного разрушения. При этом мало знать напряженно-деформируемое состояние в этих местах; необходимо также знать температуру диссипативного разогрева и уметь вычислять энергию разрушения для наиболее опасных очагов. В ряде случаев, например, при определении локальной долговечности в зоне стыка и этого оказывается недостаточно, так как получаемые при этом значения касаются лишь "узких" мест такой сложной эластомерной конструкции как крупногабаритная шина и не характеризуют шину в целом. В этом случае помимо чисто инженерной интуиции необходимо обладать и широкой экспериментальной информацией о механизмах разрушения шин рассматриваемой или аналогичной конструкции.

Наиболее типичным примером локальности процесса разрушения СЭК является разрушение сверхкрупногабаритных шин в условиях Крайнего Севера (Якутия, горнообогатительные комбинаты по добыче и переработке алмазодобывающей руды). В ряде случаев, несмотря на низкие температуры внешней среды, шина выходит из строя вследствие большого диссипативного разогрева и резкого повышения температуры в ее массиве. Причем, несмотря на то, что весь брекер шины теоретически имеет примерно одинаковую температуру саморазогрева, отказ шины наступает вследствие появления одной локальной магистральной трещины, катаст-

рофически быстро растущей и нередко сопровождаемой явлением типа взрыва.

3. Процесс разрушения отличается дискретностью. Это означает, что рост микродефектов осуществляется в виде скачкообразно протекающих элементарных актов. В основе дискретности, по-видимому, лежат явления, связанные с диссипацией энергии. По крайней мере известно следующее: рост микротрещины происходит в результате образования критического объема микродефектов в ее вершине; в момент их слияния наблюдается скачок [1]. При этом наблюдаются также: изменение структуры материала в некотором локальном объеме впереди устья трещины и локальное повышение температуры диссипативного саморазогрева, достигающее температуры термодеструкции резины.

С учетом этих обобщений модель циклического разрушения СЭК можно представить следующим образом. В локальном объеме материала субмикротрещины вследствие приложенного поля напряжений растут до некоторого критического значения, после чего объединяются в микротрещины. Рост микротрещин, их объединение приводит к разрушению некоторого характерного объема, т.е. к изменению его структуры и к зарождению микротрещин. Для резины этот процесс занимает примерно 0,9-0,95 всего времени эксплуатации системы. Для ответственных изделий появление дефектов типа макротрещин может служить отказом и прекращением дальнейшей эксплуатации. Для обычных СЭК, в том числе и шин, появление макротрещин может служить лишь предостережением. Что же касается расчетчиков, то локальное разрушение резинового массива может служить началом глобального разрушения. Определяемое при этом время  $t^*$  полностью характеризует работоспособность изделия (примерно до 95 % времени до полного отказа) и может быть вычислено с помощью алгоритма, изложенного ниже.

Что же касается определения времени глобального разрушения СЭЖ, характеризуемого развитием в трехмерном пространстве магистральной (одной или нескольких) трещин, то для этого существует другой математический аппарат, связанный с теорией трещин и здесь не рассматриваемый.

**Определение локальной долговечности СЭЖ.** Следует еще раз подчеркнуть, что речь идет об определении долговечности резинового массива в некотором характерном объеме, т.е. необходимо найти такие макрохарактеристики этого объема, которые в полной мере описывали бы его разрушение и начало зарождения магистральной трещины. В качестве таких макрохарактеристик обычно используют время  $t^*$  (или количество циклов  $n^*$ ), критическое значение температуры диссипативного разогрева  $T_{cr}$ ; в ряде случаев при инженерных расчетах используют допускаемые значения напряжений  $[\sigma]$ ,  $[\tau]$ .

Алгоритм расчета долговечности СЭЖ включает в себя решения ряд промежуточных задач, имеющих вполне самостоятельное значение. Последовательность их решения можно принять следующей:

- определение напряженно-деформированного состояния (НДС); при расчете полей напряжений используют вариационные и точные методы; последние позволяют учесть также краевые эффекты и определить очаги напряжения в реальной конструкции;

- определение вязкоупругих свойств материала, для чего решается реологическое уравнение относительно напряжений или деформаций;

- расчет полей температур диссипативного разогрева, для чего решается связанная задача термовязкоупругости, включающая наряду с определением НДС и решение уравнения теплопроводности;

- определение долговечности, т.е. времени  $t^*$ , для чего решается критериальное уравнение для наиболее опасных точек резинового массива.

Рассмотрим решение этих задач более подробно.

**1. Определение напряженно-деформированного состояния СЭК.** В рамках линейной теории вязкоупругости, при отсутствии массовых сил и в предположении несжимаемости материала квазистатическое уравнение равновесия имеет вид

$$\Delta \bar{u} + \frac{1}{1+2\nu} \operatorname{grad} \operatorname{div} \bar{u} = 0; \quad (1)$$

при этом соотношения Коши представляются как

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{ij} + u_{ji}), \quad (2)$$

а уравнения, описывающие закон состояния эластомерной конструкции

$$\sigma_{ij} = 2G \left( \varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right). \quad (3)$$

Здесь  $\Delta$  - оператор Лапласа;  $u$  - вектор перемещений;  $\nu$  - коэффициент Пуассона;  $G$  - модуль сдвига;  $u_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$ ,  $\sigma_{ij}$  - компоненты вектора перемещений, тензоров деформации и напряжений соответственно;  $\delta_{ij}$  - символ Кронекера;  $i, j, k = x, y, z$ ;

$$u_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}.$$

Условие несжимаемости запишется в виде

$$\varepsilon_{ij} = u_{ij}$$

Граничные условия, описывающие нагружение сложной эластомерной конструкции, имеет вид

$$\sigma_{ij} n_j = t_{oi}(x, t) \text{ на } F_\sigma, i = 1, 2, 3;$$

$$u_{ij} = u_{oi}(x, t) \text{ на } F_u, F_u = F_\sigma + F_u,$$

где  $F_u$  и  $F_\sigma$  - части поверхности  $F_o$ , ограничивающей объем СЭК, к которому приложены соответственно перемещения и напряжение;  $t_{oi}$  - вектор нагрузки.

## 2. Определение реологических характеристик СЭК.

Для решения этой задачи в уравнении (2) модуль сдвига  $G$  заменяется интегральным оператором  $G^*$ , который учитывает реологические свойства резины. При этом обычно используют [1,5] соотношения линейной наследственной теории вязкоупругости

$$\begin{aligned}\sigma &= E_0 \left[ \varepsilon_0 - \int_0^t \Gamma(t-\tau) \varepsilon(\tau) d\tau \right]; \\ \varepsilon &= \frac{1}{E_0} \left[ \sigma_0 - \int_0^t K(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau \right],\end{aligned}\quad (4)$$

где  $\sigma, \varepsilon$  - напряжения и деформации;  $E_0$  - мгновенный модуль упругости;  $\varepsilon_0, \sigma_0$  - значения деформаций и напряжений в некоторый начальный момент времени;  $\Gamma(t-\tau)$  и  $K(t-\tau)$  - ядра релаксации и ползучести.

Для средне- и сильнонаполненных резин в качестве ядер релаксации можно использовать [1, 6] дробно-экспоненциальную функция Ю.Н. Работнова

$$\begin{aligned}\chi \mathcal{E}_\alpha(-\beta, t-\tau) &= \chi(t-\tau)^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n (t-\tau)^{n(1+\alpha)}}{\Gamma[(1+n)(1+\alpha)]}, \\ \beta &= \frac{1}{t_0^{1+\alpha}}; \quad \chi = \frac{\lambda}{t_0^{1+\alpha}}; \quad \lambda = \frac{G_0 - G_\infty}{G_0}; \quad \dots -1 < \alpha < 0;\end{aligned}$$

или ядро Ржаницына  $T(t)$

$$T(t) = A[\exp(-\beta t)] t^{\alpha-1},$$

Здесь  $A, \alpha, \beta, \lambda, \chi$  - параметры ядер, характеризующие реологические свойства материала;  $t$  - время наблюдения;  $\tau$  - время, предшествующее моменту наблюдения, т.е. время предыстории;  $\Gamma$  - гамма-функция;  $t_0$  - обобщенное время релаксации;  $\lambda$  - дефект модуля;  $G_0$  и  $G_\infty$  - соответственно условно-равновесный и мгновенный модули сдвига.

**3. Определение полей температур.** Обычно такие связанные задачи термовязкоупругости в инженерных расчетах решаются с учетом ряда допущений, в частности, считается, что тепловые напряжения и деформации несущественно



вливают на температуру разогрева. В этом случае для определения полей температур в массиве СЭК от диссипативного саморазогрева используется уравнение теплопроводности в виде

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a_r \theta + \frac{W(\theta, x_i, p)}{c_p \rho_p}; \quad (5)$$

при стационарном температурном режиме в виде:

$$\nabla^2 \theta = \frac{W(\theta, x_i, p)}{\lambda_p}, \quad (6)$$

где  $\theta = T - T_0$ , разность температур;  $T_0$  - температура окружающей среды;  $a_r$  - коэффициент температуропроводности;  $p$  - уровень накопленной поврежденности;  $c_p, \rho_p$  - теплоемкость и плотность резины;  $W$  - функция диссипации;  $\lambda_p$  - коэффициент теплопроводности резины.

Решение уравнений (5) и (6) позволяет определить температурные поля в резиновом массиве СЭК и на основании полученных данных прогнозировать их локальную долговечность. При этом критерий разрушения использует значение допускаемой, т.е. критической температуры диссипативного саморазогрева и формулируется в виде

$$T < T_{кр}^* \quad (7)$$

где  $T_{кр}^*$  - максимально допустимая, критическая величина установившейся температуры, превышение которой приводит систему к катастрофическому разрушению; обычно значения  $T_{кр}^*$  устанавливаются экспериментально и для широкого класса конструкционных резин, используемых в СЭК, находятся в пределах  $T_{кр}^* = 110-140$  °С (120-140 °С);  $T$  - рабочая температура, ее значение  $T=80-90$  °С также устанавливается экспериментально.

Для расчета установившегося поля температур можно использовать и уравнение вида

$$\nabla^2 T + F \cdot \Phi(T) \cdot f(x_i) = 0 \quad (8)$$

Здесь величина  $F$  включает в себя постоянные, не зависящие от температуры параметры, характеризующие условия нагружения, термомеханические свойства системы и ее напряженное состояние. Функция  $\Phi(T)$  учитывается зависимость всех величин, входящих в функцию диссипации  $W$ , от температуры; функция  $f(x_i)$  описывает характер распределения напряжений в исследуемой системе, т.е. функция координат.

С учетом этих соображений условие (7) может быть записано в виде неравенства

$$F < F_{кр} \quad (9)$$

Неравенства  $T < T_{кр}$  и  $F < F_{кр}$  с определенными допущениями можно считать термомеханическим критерием разрушения сложных эластомерных конструкций, а условия (7) и (9) условиями длительной эксплуатации их, безусловно, в инженерном смысле.

**4. Определение локальной долговечности СЭК.** Для этой цели удобно использовать энергетический  $\psi$ -критерий диссипативного типа по допускаемой плотности энергии разрушения [1]

$$\Delta U_p^* = \int_0^{t^*} \dot{U}_p dt, \quad (10)$$

где  $\Delta U_p^*$  - критическое значение плотности энергии разрушения;  $U_p$  - плотность энергии, идущей на разрушение структуры материала.

Для большинства рассматриваемых СЭК уравнение (10) можно записать в виде

$$\Delta U_p^* = \int_0^{t^*} (\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{q} + \dot{\chi}) dt, \quad (11)$$

где  $\dot{q}$  - часть внутренней энергии, выделяющейся в виде теплоты;  $\dot{\chi}$  - энергия немеханического воздействия (внешнее тепловое поле, радиация, действие кислот, щелочей и т.д.).

Решение уравнения (11) для каждого конкретного случая позволяет определить  $t^*$  - время локального разрушения системы в любой точке резинового массива.

Соотношения (7) и (11) использовались при расчетах крупногабаритных шин и показали хорошую сходимость с экспериментальными данными. Следует, однако, подчеркнуть, что удовлетворительная сходимость наблюдается лишь в тех случаях, когда достаточно точно определены постоянные, входящие в уравнения (1)-(11), т.е. реологические, теплофизические и другие характеристики резины.

Если принять для наполненных резин [1] допускаемую энергию разрушения  $\Delta U_p$  в пределах  $(1,0-1,2)10^{12}$  Дж/м<sup>3</sup>, реологические параметры резины определять в лабораторных условиях, температуру диссипативного разогрева в наиболее опасных точках определять в условиях эксплуатации, то вычисленная по уравнению (11) долговечность  $t^*$  для крупногабаритных шин типа 33.00-51, эксплуатируемых в условиях ГОКов на автомобилях БелАЗ, грузоподъемностью 110-120 т, удовлетворительно совпадают с временем наработки на отказ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дырда В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях. - Киев: Наукова думка, 1988. - 232 с.
2. Потаураев В.Н., Дырда В.И., Круш И.И. Прикладная механика резины. - Киев: Наукова думка, 1980. - 260 с.
3. Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. - М.: Наука, 1974. - 560 с.
4. Куксенко В.С., Слуцкер А.И., Фролов Д.И. Механизм зарождения и распространения макротрещин в нагруженных полимерах // Проблемы прочности. - 1975. - № 11. - С. 81-84.
5. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. - М.: Наука, 1977. - 383 с.
6. Ржаницын А.Р. Некоторые вопросы механики систем, деформирующихся во времени. - М.: Стройиздат, 1949. - 144 с.
7. Каспаров А.А., Мазнецова А.В., Кагадий С.В., Дырда В.И. Современные аспекты механики разрушения эластомеров // Труды II Международного симпозиума по механике эластомеров, г. Днепропетровск, 23-26 июня 1997.-Днепропетровск:1997. - Т. 1. - С. 151-162.